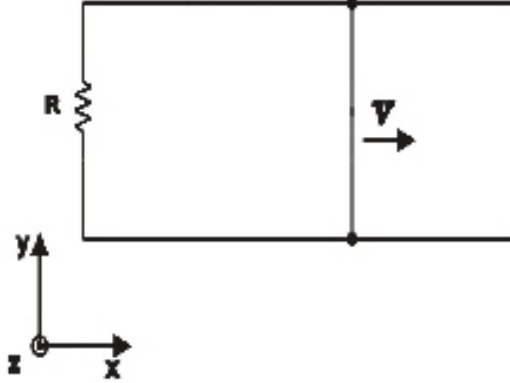


Problema

La figura muestra un circuito que se compone de un conductor con resistencia R , que se encuentra en reposo en el plano $X - Y$. Sobre este conductor, e impulsada por un agente externo, desliza con velocidad $\mathbf{v} = v\hat{\mathbf{x}}$ una varilla conductora de longitud L . En la región existe un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = B_y\hat{\mathbf{y}} + B_z\hat{\mathbf{z}}$. Se pide

- Calcular la *fem* inducida y la corriente en el circuito, indicando su sentido de circulación.
- Calcular la fuerza que debe aplicar el agente externo para mantener constante la velocidad v de la varilla, y comparar la potencia que desarrolla el agente externo con la potencia que se disipa en la resistencia R .



Solución:

- El flujo esta dado por

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \hat{\mathbf{n}}$$

donde $\hat{\mathbf{n}}$ es la normal a la espira. Tomando $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{z}}$ (y definiendo de esta manera el sentido de circulación antihorario como positivo) queda

$$\phi = \int_S (B_y\hat{\mathbf{y}} + B_z\hat{\mathbf{z}}) \cdot d\mathbf{s}\hat{\mathbf{z}} = \int_S B_z ds = B_z S = B_z v t L$$

Luego,

$$fem = -\frac{d\phi}{dt} = -B_z v L$$

e

$$I = \frac{fem}{R} = -\frac{B_z v L}{R}$$

Como $I < 0$, resulta que la corriente cicula en sentido horario. Esto es lo que debíamos esperar, pues como el flujo esta aumentando con el tiempo, el campo inducido por I debe tener sentido contrario, en z , al campo \mathbf{B} .

- Al circular una corriente I en sentido horario por la espira, en particular en sentido $-\hat{\mathbf{y}}$ por la varilla, y debido a la presencia del campo \mathbf{B} , actua sobre la varilla una fuerza \mathbf{F} dada por

$$\mathbf{F} = I \int d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

En este caso tenemos $d\mathbf{l} = dy\hat{\mathbf{y}}$, $\mathbf{B} = B_y\hat{\mathbf{y}} + B_z\hat{\mathbf{z}}$, de modo que

$$d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = dy\hat{\mathbf{y}} \times (B_y\hat{\mathbf{y}} + B_z\hat{\mathbf{z}}) = dyB_z(\hat{\mathbf{y}} \times \hat{\mathbf{z}}) = dyB_z\hat{\mathbf{x}}$$

con lo cual resulta

$$\mathbf{F} = I \int_L^0 dyB_z\hat{\mathbf{x}} = -IB_zL\hat{\mathbf{x}} = -\frac{B_z^2vL^2}{R}\hat{\mathbf{x}}$$

Esta fuerza \mathbf{F} actúa frenando a la varilla. Para poder mantener a la varilla con velocidad constante, el agente externo debe ejercer una fuerza sobre la varilla en sentido contrario, $\mathbf{F}_A = -\mathbf{F}$. La potencia entregada por el agente externo es el trabajo hecho por unidad de tiempo, o sea,

$$P_A = \frac{dW}{dt} = \frac{\mathbf{F}_A \cdot d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}_A \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}_A \cdot \mathbf{v}$$

Entonces, la potencia entregada por el agente externo es

$$P_A = -\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = \frac{B_z^2vL^2}{R}\hat{\mathbf{x}} \cdot v\hat{\mathbf{x}} = \frac{(B_zvL)^2}{R}$$

Por otro lado. la potencia disipada en la resistencia es

$$P_R = I^2R = \left(-\frac{B_zvL}{R}\right)^2 R = \frac{(B_zvL)^2}{R}$$

de modo que $P_R = P_A$.