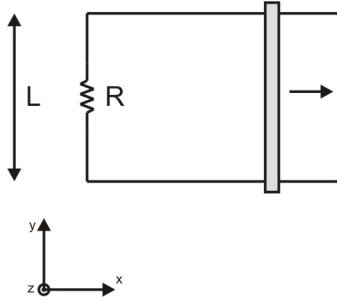


Problema:



La figura muestra un circuito que se compone de un conductor con resistencia R y que se encuentra en reposo en el plano $X - Y$. Sobre este conductor, e impulsada por un agente externo, desliza con velocidad $\mathbf{v} = v\hat{\mathbf{x}}$ una varilla conductora de longitud L . En la región existe un campo magnético uniforme dado por $\mathbf{B} = B_y\hat{\mathbf{y}} + B_z\hat{\mathbf{z}}$.

- Obtener la fem inducida y la corriente en el circuito.
- Calcular la fuerza que debe aplicar el agente externo para mantener constante la velocidad v de la varilla, y comparar la potencia que desarrolla la fuerza externa con la potencia que se disipa en la resistencia R .

Datos: $B_y = 0.2\text{T}$, $B_z = 0.6\text{T}$, $L = 0.4\text{m}$, $v = 5\text{m/s}$, $R = 6\Omega$.

Solución:

- Dado que al aumentar el área por la que se calcula el flujo éste aumenta, la corriente inducida deberá circular de forma tal de que su campo inducido se oponga al campo \mathbf{B} externo. Así, la corriente I deberá circular en sentido horario.
Consideremos como sentido de circulación positivo el horario. Así, la normal a la superficie delimitada por el conductor y la varilla será entrante a la página ($\hat{\mathbf{n}} = -\hat{\mathbf{z}}$) y tendremos para el flujo ϕ de \mathbf{B} a través de esa superficie

$$\begin{aligned}\phi &= \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^L \int_0^{vt} (B_y\hat{\mathbf{y}} + B_z\hat{\mathbf{z}}) \cdot (-\hat{\mathbf{z}}) dx dy \\ &= \int_0^L \int_0^{vt} (-B_z) dx dy = -B_z Lvt\end{aligned}$$

Luego

$$\begin{aligned}fem &= -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(-B_z Lvt)}{dt} \\ &= B_z Lv \\ &= 0.6\text{T} \cdot 0.4\text{m} \cdot 5\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1.2\text{V}\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}I &= \frac{fem}{R} = \frac{B_z Lv}{R} \\ &= \frac{1.2\text{V}}{6\Omega} = 0.2\text{A}\end{aligned}$$

Entonces, como $I > 0$ y el sentido de circulación positiva es el horario, resulta que I circula en sentido horario, como se esperaba.

b) La fuerza magnética está dada por

$$\mathbf{F}_M = I \int d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

En este caso, $d\mathbf{l} = d\mathbf{y}$, y

$$\begin{aligned} d\mathbf{l} \times \mathbf{B} &= dy\hat{\mathbf{y}} \times (B_y\hat{\mathbf{y}} + B_z\hat{\mathbf{z}}) \\ &= dyB_y(\hat{\mathbf{y}} \times \hat{\mathbf{y}}) + dyB_z(\hat{\mathbf{y}} \times \hat{\mathbf{z}}) \\ &= dyB_z\hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

de modo que

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_M &= I \int_L^0 dyB_z\hat{\mathbf{x}} = -ILB_z\hat{\mathbf{x}} \\ &= -\frac{(B_zL)^2 v}{R}\hat{\mathbf{x}} \\ &= -0.2A \cdot 0.4m \cdot 0.6T\hat{\mathbf{x}} \\ &= -0.048N\hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

Entonces, la fuerza que debe ejercer el agente externo será

$$\mathbf{F}_{EXT} = -\mathbf{F}_M = ILB_z\hat{\mathbf{x}} = 0.048N\hat{\mathbf{x}}$$

Luego, la potencia desarrollada por el agente externo será

$$\begin{aligned} P_{EXT} &= F_{EXT} \cdot v = \frac{(B_zLv)^2}{R} \\ &= 0.048N \cdot 5\frac{m}{s} = 240mW \end{aligned}$$

y la potencia disipada en la resistencia

$$\begin{aligned} P_R &= I^2R \\ &= \left(\frac{B_zLv}{R}\right)^2 R = \frac{(B_zLv)^2}{R} \\ &= 240mW \end{aligned}$$