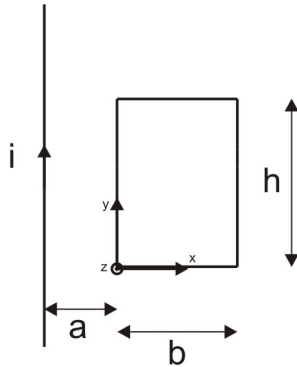


Problema:



- a) Obtener la expresión del flujo magnético a través de la espira rectangular de la figura debido al campo magnético producido por la corriente i que circula por el conductor rectilíneo e indefinido situado a una distancia a de la espira. Calcular la inductancia mutua M entre el conductor rectilíneo y la espira.
- b) Si la corriente está dada por: $i(t) = I_0 \sin(2\pi ft)$, calcular la fem inducida en la espira en función del tiempo.

Datos: $a = 10 \text{ cm}$; $b = 40 \text{ cm}$; $h = 20 \text{ cm}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$; $I_0 = 25 \text{ A}$; $f = 400 \text{ Hz}$

Solución:

- a) Primero calculamos el campo magnético B producido por el hilo infinito a partir de la Ley de Ampere:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i$$

en este caso $\mathbf{B} = B(r)\hat{\phi}$, de modo que obtenemos

$$B(r)2\pi r = \mu_0 i \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Especializando en el plano de la espira y tomando el sistema de referencia de la figura podemos escribir

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi x} (-\hat{z})$$

Para calcular el flujo de B en la espira tomamos como sentido de circulación positivo al sentido horario, de modo que la normal a la superficie determinada por la espira es $\hat{\mathbf{n}} = -\hat{z}$. Entonces,

$$\begin{aligned} \phi &= \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^h \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 i}{2\pi x} (-\hat{z}) dx dy (-\hat{z}) \\ &= \frac{\mu_0 h i}{2\pi} \ln \left(\frac{a+b}{a} \right) \end{aligned}$$

Luego,

$$\begin{aligned} M &= \frac{d\phi}{di} = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln \left(\frac{a+b}{a} \right) \\ &= 64.4 \cdot 10^{-9} \text{ Hy} \end{aligned}$$

b) De acuerdo a la Ley de Faraday, y usando la definición de inductancia mutua, la fem está dada por

$$\begin{aligned} fem &= -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{di} \frac{di}{dt} = -M \frac{di}{dt} \\ &= -M \frac{d}{dt} [I_0 \sin(2\pi ft)] \\ &= -M \cdot I_0 \cdot 2\pi f \cos(2\pi ft) \\ &= -4.05 \cdot 10^{-3} V \cos(800\pi t) \end{aligned}$$